

Empirical interpolation method に基づく音場制御における 音源・センサ配置法*

○小山翔一^{1,2}, Gilles Chardon³, Laurent Daudet²

¹ 東京大学 大学院情報理工学系研究科,

²Institut Langevin, ESPCI, Université Paris Diderot, CNRS UMR 7587

³L2S, CentraleSupélec, CNRS, Université Paris-sud, Université Paris-Saclay)

1 はじめに

音場制御は、ある領域において所望の音場を合成することを目的とし、高臨場感音響再生や騒音制御などの広い応用を有する。典型的なアプローチは、複数の二次音源（スピーカ）を用いて対象領域に複数配置した制御点における音圧が、所望の音圧と一致するような逆フィルタを設計するというものである [1, 2]。このとき、スピーカおよび制御点（マイクロフォン）の配置は、制御精度や逆フィルタの安定性に大きく影響する。特に、対象領域の境界面上のみに制御点を配置した場合、禁止周波数において逆フィルタが極めて不安定になることが知られている。一方、音場再現の分野においては、連続系での定式化による理論解析が広くなされ、連続的な分布を等間隔に離散化することでスピーカ・マイクロフォン位置を決定する場合が多い [3]。スピーカ・マイクロフォンの分布が単純な形状の場合には高い性能を発揮するほか、禁止周波数の問題を剛体表面上にマイクロフォンを配置することなどで回避できることが明らかにされている。しかしながら、特にスピーカ分布や対象領域の形状が任意の場合、どのようなスピーカ・制御点配置が音場制御において適しているかは明らかになっていない。スピーカ配置についてはいくつかの手法が提案されているものの、制御点位置は事前に決定する必要があるほか、所望音場に依存した配置アルゴリズムがほとんどである [4, 5]。

本稿では、音場制御において高い制御精度と逆フィルタの安定性を達成するようなスピーカ・制御点の配置法を提案する。音場制御は各スピーカの伝達関数の線形結合によって、対象領域内で所望の音場を近似する問題とみなすことができる。そこで、関数近似において補間関数とサンプリング点を選択する手法である、Empirical interpolation method (EIM) [6] をこの問題に適用することを考える。提案アルゴリズムは、音響数値シミュレーションなどで事前に計算した伝達関数を予測値として用い、所望音場とは独立に、適切なスピーカ・制御点位置を同時に決定することを可能にする。

2 問題設定

領域 Ω 内の音場を L 個のスピーカを用いて制御することを考える。このとき、位置 \mathbf{r} 、周波数 ω での合

成音圧 $u_{\text{syn}}(\mathbf{r}, \omega)$ は、以下のように表現できる。

$$u_{\text{syn}}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{l=1}^L d_l(\omega) g_l(\mathbf{r}, \omega) \quad (1)$$

ここで $d_l(\omega)$ と $g_l(\mathbf{r}, \omega)$ は、それぞれ l 番目のスピーカの駆動信号および伝達関数を表す。以降、 ω は略記する。所望の音圧を $u_{\text{des}}(\mathbf{r})$ ($\mathbf{r} \in \Omega$) とすると、以下の目的関数 \mathcal{J} を定式化できる。

$$\mathcal{J} = \int_{\mathbf{r} \in \Omega} \left| \sum_{l=1}^L d_l g_l(\mathbf{r}) - u_{\text{des}}(\mathbf{r}) \right|^2 d\mathbf{r} \quad (2)$$

よって、 \mathcal{J} を最小化する d_l を求めればよい。

しかしながら、式 (2) は \mathbf{r} に関する積分を含むため、この最小化問題を直接解くことは難しい。さらに、連続的な領域 Ω 全体で $g_l(\mathbf{r})$ を測定あるいは推定することは困難である。これを解くための典型的なアプローチは、 Ω 内の位置 \mathbf{r} を離散化し、式 (2) を以下のような線形方程式に変形するというものである。

$$\mathbf{u}^{\text{des}} = \mathbf{G} \mathbf{d} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{u}^{\text{des}} \in \mathbb{C}^M$ は Ω 内の M 個の離散点における所望音圧ベクトル、 $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ は伝達関数行列、 $\mathbf{d} \in \mathbb{C}^L$ は駆動信号ベクトルである。したがって、 \mathbf{d} は \mathbf{G} の Moore-Penrose の擬似逆行列 \mathbf{G}^\dagger を用いて、以下のように得られる。

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{G}^\dagger \mathbf{u}^{\text{des}} \quad (4)$$

ただし \mathbf{G} の逆行列は不安定となることが多く、その場合は正則化が必要となる。例えば Tikhonov 正則化を用いる場合、 λ を正則化パラメータとし、

$$\hat{\mathbf{d}} = (\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{u}^{\text{des}} \quad (5)$$

として \mathbf{d} が得られる。

ここでの問題は、どのようにしてスピーカおよび制御点（マイクロフォン）の位置と数を決定するか、というものである。伝達関数 \mathbf{G} はマイクロフォンを用いた事前の測定によって取得する必要があるため、制御点数はできるだけ少ないことが望ましい。また、利用可能なスピーカ数も限られている場合が多い。さらに、過度に密なスピーカ・マイクロフォンの配置は、逆フィルタが極めて不安定となる要因となる。これらの位置も、前述の禁止周波数の問題等により、制御精度やフィルタ安定性に大きく影響を及ぼす。

*Source and sensor placement for sound field control based on empirical interpolation method. by KOYAMA, Shoichi (The University of Tokyo, Graduate School of Information Science and Technology/Institut Langevin, Université Paris Diderot), CHARDON, Gilles (L2S, CentraleSupélec), and DAUDET, Laurent (Institut Langevin, Université Paris Diderot)

3 Magic points を用いた音源・センサ配置

上記の問題に対して、EIM を適用することを考える。EIM は reduced basis method に基づく偏微分方程式の数値解析において最初に提案され、その後一般的な補間問題のための手法としての適用がなされている [6].

3.1 Empirical interpolation method

ある領域 Ω において非常に大きい、もしくは無限の次元をもつ関数空間 \mathcal{V} と、次数 Q を与えたとき、EIM は \mathcal{V} 上のあらゆる関数を近似するための Q 個の補関数と Q 個のサンプリング点 (magic points と呼ばれる) を、 \mathcal{V} に属する関数および Ω 上の点からそれぞれ選択するアルゴリズムである。関数の近似は、補関数と magic points 上の関数値との線形方程式を解くことで得られ、補関数およびサンプリング点は、 Q が大きくなった場合にもこの線形システムが安定となるように選ばれる。

まず、 Ω において L_∞ -norm を最大化する $v \in \mathcal{V}$ を最初の補関数 h_1 とし、 $|h_1|$ の最大値の点を最初のサンプリング点 x_1 とする。以降、 Q 個の補関数 h_q と Q 個のサンプリング点 x_q が与えられた場合、次の補関数 h_{Q+1} とサンプリング点 x_{Q+1} は以下の貪欲アルゴリズムによって得られる。

1. これまでに選択した h_q と x_q を用いて v の補間 $I_Q(v)$ を計算する。この補間は以下の式を解くことで得られる。

$$I_Q(v) = \sum_{q=1}^Q c_q h_q \quad (6)$$

ここで、 c_q は以下の式の解である。

$$v(x_q) = \sum_{q'=1}^Q c_{q'} h_{q'}(x_q) \quad (1 \leq q \leq Q) \quad (7)$$

2. v とその補間 $I_Q(v)$ の間の誤差の L_∞ -norm が最大となる v を h_{Q+1} とする。
3. $v(x)$ とその補間 $I_Q(v)$ の間の誤差の絶対値が最大となる点を x_{Q+1} とする。

上記の手続きを、 \mathcal{V} 上のあらゆる関数とその補間の間の誤差の L_2 -norm があらかじめ定めた閾値以下になるか、次数 Q があらかじめ定めた最大値となるまで繰り返す。このアルゴリズムは、近似誤差の指数的な減少と、近似を行うための線形システムが十分に安定となることを保証する。

3.2 音源・センサ配置への EIM の適用

さて、EIM を音場制御問題に適用することを考える。スピーカ候補位置は Ω を含むある閉じた領域 D の連続的な境界 ∂D 上とする。関数空間 \mathcal{V} はスピーカ候補位置と Ω の間の伝達関数の集合とする。EIM は任意のスピーカからの伝達関数を十分な精度で近似することが可能な、スピーカ位置と制御点の有限の集合を与えることを可能にする。

対象領域が自由空間であり、伝達関数がモノポールとして近似表現できる場合を考える。 D 内の音場

Algorithm 1 Proposed algorithm for single frequency

Require: A set of candidate points \mathbf{y}_l ($l \in \{1, \dots, L\}$) and \mathbf{x}_m ($m \in \{1, \dots, M\}$), a transfer function matrix $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{M \times L}$, and target error tolerance ϵ_{tol} .

Ensure: A set of Q loudspeaker and microphone indices.

Set $q = 1$

while $\epsilon > \epsilon_{\text{tol}}$ **do**

 Select the loudspeaker index

$$l_q = \arg \max_{l=1, \dots, L} \|\mathbf{G}_{\cdot, l} - \mathcal{I}_{q-1}(\mathbf{G}_{\mathbf{m}_{q-1}, l})\|_\infty$$

 and the corresponding index of control point

$$m_q = \arg \max_{m=1, \dots, M} |\mathbf{G}_{ml_q} - (\mathcal{I}_{q-1}(\mathbf{G}_{\mathbf{m}_{q-1}, l_q}))_m|.$$

 Define the error by

$$\epsilon = \max_{l=1, \dots, L} \|\mathbf{G}_{\cdot, l} - \mathcal{I}_{q-1}(\mathbf{G}_{\mathbf{m}_{q-1}, l})\|_2.$$

 and set $q := q + 1$

end while

は single layer potential によって以下のように表現できる。

$$u(\mathbf{r}) = \int_{\mathbf{r}' \in \partial D} \varphi(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}|\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (\mathbf{r} \in D) \quad (8)$$

ここで、 φ はポテンシャル密度、 G は自由空間 Green 関数である。これは、選択されたスピーカを用いて ∂D 上の Green 関数を近似することにより、 D 内のあらゆる音場を有限の数のスピーカで表現可能であることを意味する。一般の残響環境下においても、選択されたスピーカによって、 ∂D 上のスピーカ候補の分布からの伝達関数を近似できることを保障する。また、EIM は Ω 上の制御点を magic points として与え、安定な逆フィルタによってスピーカ駆動信号を得ることを可能にする。

実際の応用では、スピーカと制御点は、それぞれ ∂D , Ω 上にあらかじめ定めた候補位置の離散集合から選択する。提案アルゴリズムを Algorithm 1 に示す。 Ω 内の制御点の候補位置を \mathbf{x}_m ($m \in \{1, \dots, M\}$)、スピーカの候補位置を \mathbf{y}_l ($l \in \{1, \dots, L\}$) とした。このアルゴリズムは、伝達関数行列 \mathbf{G} を目標の許容誤差 ϵ_{tol} で近似するための適切な m と l を選択する。この \mathbf{G} はあらかじめ対象領域の音響数値シミュレーションを用いて計算する。Algorithm 1 において、行列の要素は下付き文字によって表している。例えば、 $\mathbf{G}_{\cdot, l}$ は \mathbf{G} の第 l 列、 $\mathbf{G}_{\mathbf{m}_{q-1}, l}$ は $\mathbf{m}_{q-1} \in \mathbb{N}^{q-1}$ を $q-1$ 回の反復で得られた m のインデックスとして、 \mathbf{G} の (\mathbf{m}_{q-1}, l) の要素を持つ部分行列である。 q が利用可能なスピーカ・マイクロフォンの最大数に達したときに反復を止めてもよい。

Algorithm 1 は単一周波数の伝達関数行列に対して適用可能となっているが、音場制御においては対象の周波数が広帯域である場合が多い。この場合、対象となる伝達関数は周波数の次元を含む 3 階のテンソル

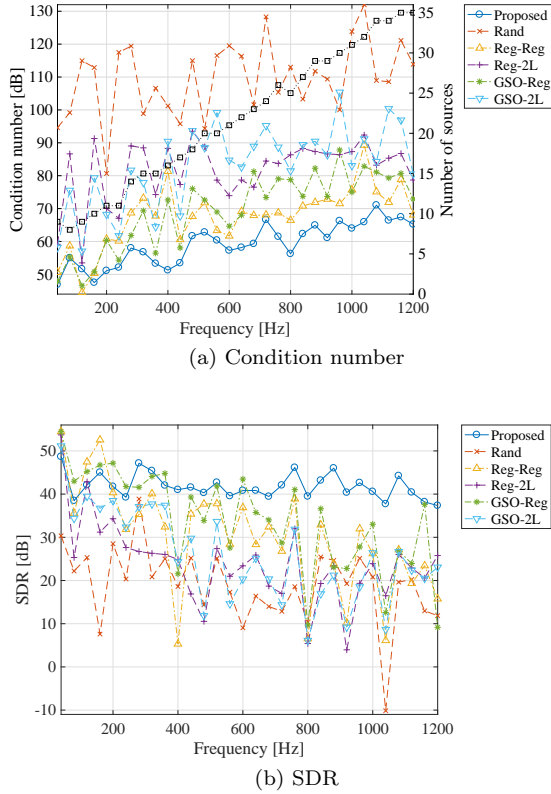


Fig. 1: Number of loudspeakers and control points, condition number, and SDR with respect to frequency

$\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{M \times L \times K}$ となる．ここで周波数 bin 数を K とした．提案アルゴリズムは広帯域の場合に適用することも可能であり，Algorithm 1 の第 1 行目と第 2 行目において，それぞれ行列 $\mathbf{G}_{:,l}$ とベクトル $\mathbf{G}_{m,l,q}$ の ℓ_∞ -norm を評価すればよい．

4 数値シミュレーション実験

2次元音場における数値シミュレーションにより，提案法を評価した．制御対象空間における室の残響を模擬するため，有限要素法 (FEM) による音響数値シミュレーションを用いた．Figure 2 に太線で示すような台形型の室を想定し，壁面の吸音率を 0.1 として音響インピーダンスを設定した．スピーカ候補位置は， $2.4 \times 2.8 \text{ m}^2$ の矩形領域の境界上に，等間隔に配置した 256 の離散点とした．制御対象領域 Ω は， $0.8 \times 1.0 \text{ m}^2$ の矩形領域とし，領域内を 0.04 m 間隔で離散化することで，制御点の候補位置を得た．スピーカ及び制御点の候補位置は，Fig. 2 においてそれぞれ点線と破線で示している．

提案法 (**Proposed**) では，上記の候補位置から FEM によって計算した伝達関数行列を用いてスピーカ・制御点位置を得た．比較として，候補点からランダムに位置を選択する方法 (**Rand**)，境界上に等間隔に配置する方法 (**Reg**)，境界上に 2 層の制御点を配置する方法 (**2L**)，Gram-Schmidt の正規直交化法に基づくスピーカ配置法 [4] (**GSO**) を用いた．これらスピーカ・制御点の配置法の組み合わせにより，**Rand**, **Reg-Reg**, **Reg-2L**, **GSO-Reg**, **GSO-2L** の 6 通りを比較手法とした．

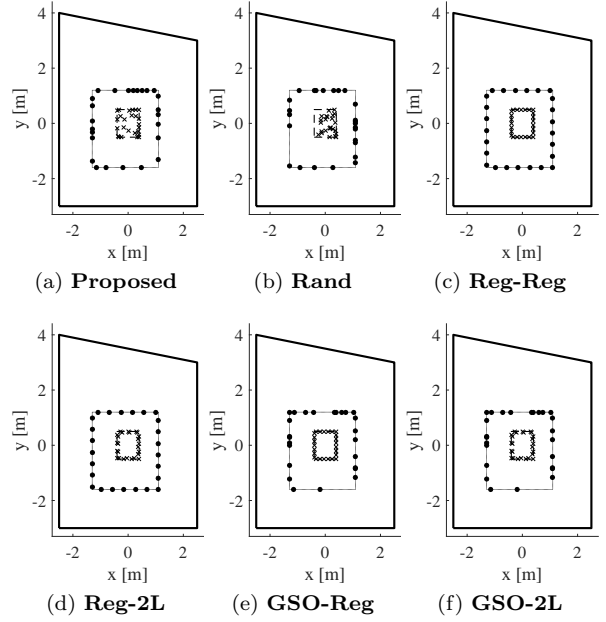


Fig. 2: Positions of loudspeakers and control points at 800 Hz

各配置に対して，式 (4) を用いて平面波音場を合成し，その再現精度を評価した．所望の平面波の到来方向は， $[0, 350] \text{ deg}$ を 10 deg 間隔で分割して得た．再現精度の評価のため，以下の signal-to-distortion ratio (SDR) を定義する．

$$\text{SDR}(\omega) = 10 \log_{10} \frac{\int_{\Omega} |u_{\text{des}}(\mathbf{r}, \omega)|^2 d\mathbf{r}}{\int_{\Omega} |u_{\text{syn}}(\mathbf{r}, \omega) - u_{\text{des}}(\mathbf{r}, \omega)|^2 d\mathbf{r}} \quad (9)$$

ここで， $u_{\text{des}}(\cdot)$ ， $u_{\text{syn}}(\cdot)$ はそれぞれ所望音圧分布，合成音圧分布を表す．

まず，単一周波数の場合の平面波音場の再現性能を比較し，次により実際の応用に即した広帯域の実験結果を示す．

4.1 単一周波数の場合の結果

単一周波数の実験においては，スピーカと制御点の数と位置は周波数ごとに決定した．**Proposed** では，Algorithm 1 の許容誤差 ϵ_{tol} を 1.0×10^{-2} とし，比較手法で用いるスピーカ・制御点数は，**Proposed** と同数となるようにした．スピーカ・制御点配置に用いる \mathbf{G} の予測値と，再現における伝達関数は等しいものとし，式 (4) に基づいて駆動信号を得た．

周波数ごとの伝達関数行列 \mathbf{G} の条件数，SDR を，Fig. 1 に示した．Figure 1(a) の右側の軸には，**Proposed** によって決定したスピーカ・制御点数も示している．期待通り，周波数が高くなるにしたがって，許容誤差以下の再現精度を達成するスピーカ・制御点数が増えることがわかる．**Proposed** 以外の 5 つの比較手法では，条件数が急激に増大したり，SDR が大きく下がる周波数が複数存在する．これは禁止周波数における逆フィルタの発散によるものと考えられる．一方，**Proposed** では条件数が周波数が高くなるにしたがって徐々に大きくなるものの，他手法に比べて低い条件数と高い SDR を維持していることがわかる．

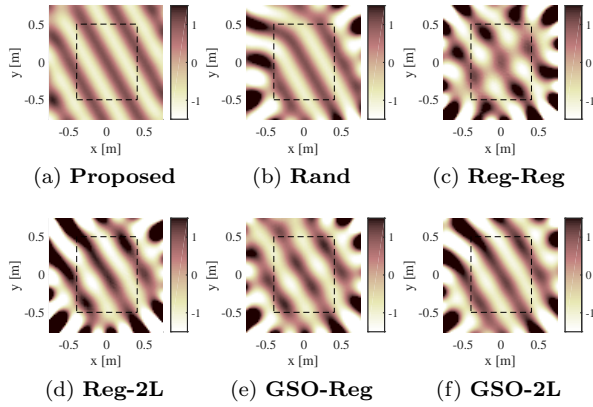


Fig. 3: Reproduced pressure distributions at 800 Hz

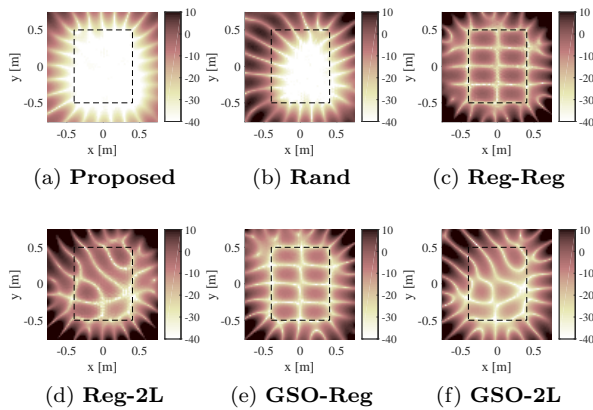


Fig. 4: Squared error distributions at 800 Hz

Figure 2 は、周波数 800 Hz において、各手法で決定されたスピーカ・制御点配置である。また、Fig. 3 と Fig. 4 に平面波の伝搬方向が 30 deg のときの再現音圧分布と二乗誤差分布を示す。Rand では制御点配置の偏りによって、部分的な領域においてのみ再現精度が高くなっている。その他の比較手法、Reg-Reg, Reg-2L, GSO-Reg, GSO-2L では、 Ω 全体で再現誤差が大きく、スピーカ出力が大きいために Ω の外側で音圧値が極めて高い。これは逆フィルタが不安定であることに起因する。Proposed では、 Ω 全体で高い再現精度が実現できていることがわかる。

4.2 広帯域の場合の結果

実際の応用では、広帯域の音場を制御する必要がある場合がほとんどであり、室の残響特性は事前の音響数値シミュレーションの予測値と一致するとは限らない。ここでは、FEM によって 40 Hz ごとに 40–1200 Hz の周波数で計算した伝達関数テンソル \mathbf{G} に対して提案法を適用した場合の結果を示す。許容誤差 ϵ_{tol} は単一周波数の場合と同じく 1.0×10^{-2} とし、Proposed によって選択されたスピーカ・制御点数は 36 であった。さらに、伝達関数の予測値からの誤差を模擬するため、再現の際に真の伝達関数に対して SN 比 20 dB でガウス雑音を加えた。スピーカ駆動信号は、Tikhonov 正則化を用いた式 (5) によって求め、正則化パラメータは $[10^{-7}, 10^0]$ の範囲で SDR が最大となるものを用いた。

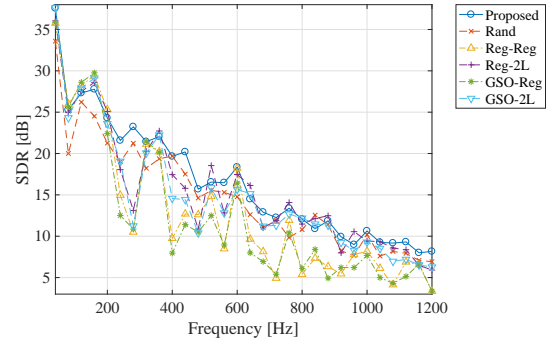


Fig. 5: SDR with respect to frequency for noisy case

Fig. 5 が周波数と SDR の関係である。単一周波数の場合と同様に、Reg-Reg, Reg-2L, GSO-Reg, GSO-2L では、SDR が急激に低下する周波数が複数存在するのに対し、Proposed では他手法と比較して高い SDR を維持していることがわかる。

5 おわりに

音場制御におけるスピーカ・制御点の配置法を提案した。音場制御を各スピーカの伝達関数による所望音場の近似問題とみなし、EIM に基づく補間関数、サンプリング点の配置アルゴリズムを適用した。数値シミュレーション実験では、提案法を用いることで、広い周波数帯域で高い制御精度とフィルタ安定性が実現可能であることを示した。

謝辞 本研究は、JSPS 科研費 JP15H05312 の助成を受けた。

参考文献

- [1] M. Miyoshi and Y. Kaneda, Inverse filtering of room acoustics. *IEEE Trans. ASSP*, 36(2):145–152, 1988.
- [2] P. A. Nelson, Active control of acoustic fields and the reproduction of sound. *J. Sound Vibr.*, 177(4):447–477, 1993.
- [3] S. Koyama, et al., Analytical approach to wave field reconstruction filtering in spatio-temporal frequency domain. *IEEE Trans. ASLP*, 21(4):685–696, 2013.
- [4] F. Asano, et al., Optimization of control source configuration in active control systems using gram-schmidt orthogonalization. *IEEE Trans. SAP*, 7(2):213–230.
- [5] H. Khalilian, et al., Comparison of loudspeaker placement methods for sound field reproduction. *IEEE/ACM Trans. ASLP*, 24(8):1364–1379, 2016.
- [6] Y. Maday, et al., A general, multipurpose interpolation procedure: the magic points. *Commun. Pure Appl. Anal.*, 8:383–404, 2007.